

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
факультета компьютерных технологий
(наименование факультета)
Я.Ю. Григорьев
(подпись, ФИО)
« 24 » 25 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Линейные преобразования и квадратичные формы

Направление подготовки	01.03.04 Прикладная математика	
Направленность (профиль) образовательной программы	Математическое и компьютерное моделирование	
Квалификация выпускника	бакалавр	
Год начала подготовки (по учебному плану)	2021	
Форма обучения	очная	
Технология обучения	традиционная	
Курс	Семестр	Трудоемкость, з.е.
1	2	4
Вид промежуточной аттестации	Обеспечивающее подразделение	
Экзамен	Кафедра ПМ - Прикладная математика	

Разработчик рабочей программы:

доцент, к.ф.-м.н.



(подпись)

Н.В. Минеева

(ФИО)

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой ПМ

(наименование кафедры)



(подпись)

А.Л. Григорьева

(ФИО)

1 Общие положения

Рабочая программа дисциплины «Линейные преобразования и квадратичные формы» составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации:

№11 10.01.2018, и основной профессиональной образовательной программы подготовки «Математическое и компьютерное моделирование» по направлению 01.03.04 "Прикладная математика".

Практическая подготовка реализуется на основе:

Профессиональный стандарт 06.022 Системный аналитик (Зарегистрирован в Министерстве юстиции Российской Федерации 24 ноября 2014 года, регистрационный N 34882)
Обобщенная трудовая функция: С. Концептуальное, функциональное и логическое проектирование систем среднего и крупного масштаба и сложности

Задачи дисциплины	Целью изучения дисциплины является освоение необходимого математического аппарата, с помощью которого разрабатываются и исследуются теоретические и экспериментальные модели объектов профессиональной деятельности.
Основные разделы / темы дисциплины	Линейные пространства и их преобразования. Билинейные и квадратичные формы.

2 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Процесс изучения дисциплины «Линейные преобразования и квадратичные формы» направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и основной образовательной программой (таблица 1):

Таблица 1 – Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Общепрофессиональные		
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Знать теорию линейных преобразований и квадратичных форм, содержание теорем и следствий из них, используемых для обоснования выбираемых методов. Уметь использовать методы теории линейных преобразований и квадратичных форм для анализа задач профессиональной деятельности. Владеть навыками применения методов линейных преобразований и квадратичных форм для решения задач профессиональной деятельности.

3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Линейные преобразования и квадратичные формы» изучается на 1 курсе во 2 семестре.

Дисциплина входит в состав блока 1 «Дисциплины (модули)» и относится к обязательной части.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения, навыки, сформированные в процессе изучения дисциплин: «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

Знания, умения и навыки, сформированные при изучении дисциплины «Линейные преобразования и квадратичные формы», будут востребованы при изучении последующих дисциплин: «Математический анализ», «Дискретная математика», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Физика», «Математическая логика и теория алгоритмов», «Теория функции комплексного переменного», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дифференциальные уравнения», «Общая алгебра», «Модели классической механики», «Численные методы», «Дифференциальная геометрия», «Функциональный анализ».

Дисциплина «Линейные преобразования и квадратичные формы» частично реализуется в форме практической подготовки. Практическая подготовка организуется путем проведения / выполнения практических занятий и лабораторных работ.

Дисциплина «Линейные преобразования и квадратичные формы» в рамках воспитательной работы направлена на формирование у обучающихся умения аргументировать, самостоятельно мыслить, развивает творчество, профессиональные умения.

4 Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 4 з.е., 144 акад. час.

Распределение объема дисциплины (модуля) по видам учебных занятий представлено в таблице 2.

Таблица 2 – Объем дисциплины (модуля) по видам учебных занятий

Объем дисциплины	Всего академических часов
Общая трудоемкость дисциплины	144
Контактная аудиторная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий), всего	64
В том числе:	
занятия лекционного типа (лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации педагогическими работниками)	32
занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия)	32
Самостоятельная работа обучающихся и контактная работа , включающая групповые консультации, индивидуальную работу обучающихся с преподавателями (в том числе индивидуальные консультации); взаимодействие в электронной информационно-образовательной среде вуза	44
Промежуточная аттестация обучающихся – Экзамен	36

5 Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебной работы

Таблица 3 – Структура и содержание дисциплины (модуля)

Наименование разделов, тем и содержание материала	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			СРС
	Контактная работа преподавателя с обучающимися			
	Лекции	Семинарские (практические занятия)	Лабораторные занятия	
Тема 1. Линейные пространства. Базис линейного пространства. Замена базиса. и подпространства. Сумма и пересечение подпространств.	4	4*	-	5
Тема 2. Линейные подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямое дополнение подпространства.	4	4	-	5
Тема 3. Евклидовы пространства. Метод ортогонализации. Матрица Грама.	4	4	-	6
Тема 4. Линейные отображения (операторы). Ранг и ядро линейного отображения.	4	4	-	6
Тема 5. Линейные преобразования пространств. Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования.	4	4*	-	6
Тема 6. Билинейные формы. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичных форм к каноническому виду методом Якоби.	4	4	-	6
Тема 7. Приведение квадратичных форм к каноническому виду методом Лагранжа и с помощью ортогонального преобразования.	4	4	-	5
Тема 8. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Закон инерции квадратичных форм.	4	4	-	5
ИТОГО по дисциплине	32	32	-	44

*в виде практической подготовки

6 Внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

При планировании самостоятельной работы студенту рекомендуется руководствоваться следующим распределением часов на самостоятельную работу (таблица 4):

Таблица 4 – Рекомендуемое распределение часов на самостоятельную работу

Компоненты самостоятельной работы	Количество часов
Изучение теоретических разделов дисциплины	10
Подготовка к занятиям семинарского типа	10
Подготовка и оформление Контрольная работа, РГР	24
	44

7 Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации представлен в Приложении 1.

Полный комплект контрольных заданий или иных материалов, необходимых для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), хранится на кафедре-разработчике в бумажном и электронном виде.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

8.1 Основная литература

1. Березина, Н. А. Математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.А. Березина, Е.Л. Максина. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 175 с. // ZNANIUM.COM : электронно-библиотечная система. – Режим доступа: <http://www.znanium.com/catalog.php>, ограниченный. – Загл. с экрана.
2. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. - 10-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2004; 2003; 2002. - 304с.
3. Бугров, Я.С. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии : учебник для инж.-техн. спец. вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1988; 1984. - 192с.

8.2 Дополнительная литература

1. Бронштейн, И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов: Учебное пособие для вузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. - СПб.: Лань, 2010. - 608 с.
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : учебное пособие для вузов. Ч.1 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. - 3-е изд., перераб., доп. - М.: Высшая школа, 1997; 1986; 1980. - 320с.; М.: ОНИКС 21 век: Мир и Образование, 2006; 2003. - 304с 546 экз.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие для вузов / Д. В. Клетеник; под ред. Н.В.Ефимова. - 17-е изд., стер. - СПб.: Профессия, 2004. - 199с.
4. Кузнецов, Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчёты): учебное пособие / Л. А. Кузнецов. - 3-е изд., испр. - СПб.: Лань, 2005. - 240с. - (Учебники для вузов. Специальная литература).чз - 1экз аб - 198экз.

8.3 Методические указания для студентов по освоению дисциплины

1. Логинов, В.Н. Линейные преобразования и квадратичные формы: Учебное пособие / В.Н. Логинов, З.В. Широкова // <http://www.initkms.ru/library/main>

8.4 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе изучения дисциплины используются следующие ЭБС:

Электронно-библиотечная система ZNANIUM.COM.

Договор № 4997 эбс ИКЗ 21 1 2727000769 270301001 0010 004 6311 244 от 13 апреля 2021 г.

Электронно-библиотечная система IPRbooks.

Лицензионный договор № ЕП 44/4 на предоставление доступа к электронно-библиотечной системе IPRbooks ИКЗ 21 1 2727000769 270301001 0010 003 6311 244 от 05 февраля 2021 г.

Образовательная платформа Юрайт.

Договор № ЕП44/2 на оказание услуг по предоставлению доступа к образовательной плат-форме ИКЗ 21 1 2727000769 270301001 0010001 6311 244 от 02 февраля 2021 г.

8.5 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. Mathcad Application Server (MAS): Онлайн расчеты в Mathcad // <http://mas.exponenta.ru>

8.6 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Таблица 5 – Перечень используемого программного обеспечения

Наименование ПО	Реквизиты / условия использования
Microsoft Imagine Premium	Лицензионный договор АЭ223 №008/65 от 11.01.2019
OpenOffice	Свободная лицензия, условия использования по ссылке: https://www.openoffice.org/license.html

9 Организационно-педагогические условия

Организация образовательного процесса регламентируется учебным планом и расписанием учебных занятий. Язык обучения (преподавания) — русский. Для всех видов аудиторных занятий академический час устанавливается продолжительностью 45 минут.

При формировании своей индивидуальной образовательной траектории обучающийся имеет право на перезачет соответствующих дисциплин и профессиональных модулей, освоенных в процессе предшествующего обучения, который освобождает обучающегося от необходимости их повторного освоения.

9.1 Образовательные технологии

Учебный процесс при преподавании курса основывается на использовании традиционных, инновационных и информационных образовательных технологий. Традиционные образовательные технологии представлены лекциями и семинарскими (практически-ми) занятиями. Инновационные образовательные технологии используются в виде широкого применения активных и интерактивных форм проведения занятий. Информационные образовательные технологии реализуются путем активизации самостоятельной работы студентов в информационной образовательной среде.

9.2 Занятия лекционного типа

Лекционный курс предполагает систематизированное изложение основных вопросов учебного плана.

На первой лекции лектор обязан предупредить студентов, применительно к какому базовому учебнику (учебникам, учебным пособиям) будет прочитан курс.

Лекционный курс должен давать наибольший объем информации и обеспечивать более глубокое понимание учебных вопросов при значительно меньшей затрате времени, чем это требуется большинству студентов на самостоятельное изучение материала.

9.3 Занятия семинарского типа

Семинарские занятия представляют собой детализацию лекционного теоретического материала, проводятся в целях закрепления курса и охватывают все основные разделы.

Основной формой проведения семинаров является обсуждение наиболее проблемных и сложных вопросов по отдельным темам, а также разбор примеров и ситуаций в аудиторных условиях. В обязанности преподавателя входят: оказание методической помощи и консультирование студентов по соответствующим темам курса.

Активность на семинарских занятиях оценивается по следующим критериям:

- ответы на вопросы, предлагаемые преподавателем;
- участие в дискуссиях;
- выполнение проектных и иных заданий;
- ассистирование преподавателю в проведении занятий.

Ответ должен быть аргументированным, развернутым, не односложным, содержать ссылки на источники.

Доклады и оппонирование докладов проверяют степень владения теоретическим материалом, а также корректность и строгость рассуждений.

Оценивание заданий, выполненных на семинарском занятии, входит в накопленную оценку.

9.4 Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа студентов – это процесс активного, целенаправленного приобретения студентом новых знаний, умений без непосредственного участия преподавателя, характеризующийся предметной направленностью, эффективным контролем и оценкой результатов деятельности обучающегося.

Цели самостоятельной работы:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную и справочную документацию, специальную литературу;
- развитие познавательных способностей, активности студентов, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, творческой инициативы, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений и академических навыков.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, уровня сложности, конкретной тематики.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов университета.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов может проходить в письменной, устной или смешанной форме.

Студенты должны подходить к самостоятельной работе как к наиважнейшему средству закрепления и развития теоретических знаний, выработке единства взглядов на отдельные вопросы курса, приобретения определенных навыков и использования профессиональной литературы.

9.5 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.

2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.

3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям и индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.

4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

При самостоятельной проработке курса обучающиеся должны:

- просматривать основные определения и факты;
- повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной по данной теме литературы;
- изучить рекомендованную литературу, составлять тезисы, аннотации и конспекты наиболее важных моментов;
- самостоятельно выполнять задания, аналогичные предлагаемым на занятиях;
- использовать для самопроверки материалы фонда оценочных средств.

1. Методические указания при работе над конспектом лекции

В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

2. Методические указания по самостоятельной работе над изучаемым материалом и при подготовке к практическим занятиям

Начинать надо с изучения рекомендованной литературы. Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная его часть восполняется в процессе самостоятельной работы. В связи с этим работа с рекомендованной литературой обязательна. Особое внимание при этом необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов. В процессе этой работы необходимо стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале.

3. Методические указания по выполнению контрольной работы, РГР

Приступая к решению контрольной работы или РГР, необходимо проанализировать условие каждой задачи, сопоставить его с изученными алгоритмами и выбирать из них необходимый, использовать математический язык для записи выполненных заданий, учиться контролировать качество выполнения работы, планировать и контролировать время на выполнение работы.

10 Описание материально-технического обеспечения, необходимого для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

10.1 Учебно-лабораторное оборудование

Отсутствует

10.2 Технические и электронные средства обучения

Лекционные занятия

Аудитории для лекционных занятий укомплектованы мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории (наборы демонстрационного оборудования (проектор, экран, компьютер/ноутбук), учебно-наглядные пособия, тематические иллюстрации).

Практические занятия

Аудитории для практических занятий укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа.

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде КнАГУ:

- читальный зал НТБ КнАГУ;
- компьютерный класс .

11 Иные сведения

Методические рекомендации по обучению лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Освоение дисциплины обучающимися с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах. Предполагаются специальные условия для получения образования обучающимися с ограниченными возможностями здоровья.

Профессорско-педагогический состав знакомится с психолого-физиологическими особенностями обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, индивидуальными программами реабилитации инвалидов (при наличии). При необходимости осуществляется дополнительная поддержка преподавания тьюторами, психологами, социальными работниками, прошедшими подготовку ассистентами.

В соответствии с методическими рекомендациями Минобрнауки РФ (утв. 8 апреля 2014 г. N АК-44/05вн) в курсе предполагается использовать социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Подбор и разработка учебных материалов производятся с учетом предоставления материала в различных формах: аудиальной, визуальной, с использованием специальных технических средств и информационных систем.

Освоение дисциплины лицами с ОВЗ осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения (персонального и коллективного использования). Материально-техническое обеспечение предусматривает приспособление аудиторий к нуждам лиц с ОВЗ.

Форма проведения аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей. Для студентов с ОВЗ предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, а именно:

- в печатной или электронной форме (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- в печатной форме или электронной форме с увеличенным шрифтом и контрастностью (для лиц с нарушениями слуха, речи, зрения);
- методом чтения ассистентом задания вслух (для лиц с нарушениями зрения).

Студентам с инвалидностью увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы. Для таких студентов предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге или набором ответов на компьютере (для лиц с нарушениями слуха, речи);
- выбором ответа из возможных вариантов с использованием услуг ассистента (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- устно (для лиц с нарушениями зрения, опорно-двигательного аппарата).

При необходимости для обучающихся с инвалидностью процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ¹
по дисциплине

Линейные преобразования и квадратичные формы

Направление подготовки	<i>01.03.04 Прикладная математика</i>
Направленность (профиль) образовательной программы	<i>Математическое и компьютерное моделирование</i>
Квалификация выпускника	<i>бакалавр</i>
Год начала подготовки (по учебному плану)	<i>2021</i>
Форма обучения	<i>очная</i>
Технология обучения	<i>традиционная</i>

Курс	Семестр	Трудоемкость, з.е.
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>4</i>

Вид промежуточной аттестации	Обеспечивающее подразделение
<i>Экзамен</i>	<i>Кафедра ПМ - Прикладная математика</i>

¹В данном приложении представлены типовые оценочные средства. Полный комплект оценочных средств, включающий все варианты заданий (тестов, контрольных работ и др.), предлагаемых обучающемуся, хранится на кафедре в бумажном и электронном виде.

1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Таблица 1 – Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Общепрофессиональные		
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	<p>ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p> <p>ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p>	<p>Знать теорию линейных преобразований и квадратичных форм, содержание теорем и следствий из них, используемых для обоснования выбираемых методов.</p> <p>Уметь использовать методы теории линейных преобразований и квадратичных форм для анализа задач профессиональной деятельности.</p> <p>Владеть навыками применения методов линейных преобразований и квадратичных форм для решения задач профессиональной деятельности.</p>

Таблица 2 – Паспорт фонда оценочных средств

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Формируемая компетенция	Наименование оценочного средства	Показатели оценки
Линейные пространства и их преобразования.	ОПК-1	РГР	Осуществляет выбор математических операций и аналитических алгоритмов для решения текущей математической задачи
Билинейные и квадратичные формы.	ОПК-1	Контрольная работа	Демонстрирует практическое использование математических методов и аналитических алгоритмов для анализа задач

2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, представлены в виде технологической карты дисциплины (таблица 3).

Таблица 3 – Технологическая карта

№	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
2 семестр <i>Промежуточная аттестация в форме Экзамен</i>				
1	Расчетно-графическая работа	10 неделя	30 баллов	<p>30 баллов - Студент полностью выполнил задание РГР, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями.</p> <p>20 баллов - Студент полностью выполнил задание РГР, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, допущены одна или две неточности, есть недостатки в оформлении работы.</p> <p>10 баллов - Студент полностью выполнил задание РГР, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления работы имеет недостаточный уровень.</p> <p>0 баллов - Студент не полностью выполнил задание РГР, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также неспособен пояснить полученный результат.</p>
1	Контрольная работа	16 неделя	30 баллов	<p>30 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями.</p> <p>20 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, допущены одна или две неточности, есть недостатки в оформлении контрольной работы.</p> <p>10 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления контрольной работы имеет недостаточный уровень.</p>

№	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
				0 баллов - Студент не полностью выполнил задание контрольной работы, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также неспособен пояснить полученный результат.
	Текущий контроль	-	60 баллов	-
	Экзамен	-	40 баллов	<p>40 баллов - 91-100% правильных ответов – высокий уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>30 баллов - 71-90% % правильных ответов – достаточно высокий уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>20 баллов - 61-70% правильных ответов – средний уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>10 баллов - 51-60% правильных ответов – низкий уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>0 баллов - 0-50% правильных ответов – очень низкий уровень знаний, умений и навыков</p>
	ИТОГО:	-	100 баллов	-
<p>Критерии оценки результатов обучения по дисциплине: 0 – 64 % от максимально возможной суммы баллов – «неудовлетворительно» (недостаточный уровень для промежуточной аттестации по дисциплине); 65 – 74 % от максимально возможной суммы баллов – «удовлетворительно» (пороговый (минимальный) уровень); 75 – 84 % от максимально возможной суммы баллов – «хорошо» (средний уровень); 85 – 100 % от максимально возможной суммы баллов – «отлично» (высокий (максимальный) уровень)</p>				

3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы

3.1 Задания для текущего контроля успеваемости

РГР

- Образует ли линейное пространство, заданное множеством, в котором определены сумма любых двух элементов \vec{a} и \vec{b} , и произведение любого \vec{a} элемента на любое число $\alpha \in R$? Множество всех векторов трехмерного пространства, координаты которых – целые числа. Сумма $\vec{a} + \vec{b}$, произведение $\alpha \cdot \vec{a}$.
- Исследовать на линейную зависимость систему векторов. В случае линейной зависимости найти выражение одного вектора через другие.
 $1, x^2, 1+x, (1+x)^2$ в $(-\infty, \infty)$.
- Найти размерность и базис линейного подпространства, являющегося линейной оболочкой системы векторов. Записать разложение векторов системы по найденному ба-

зису:
$$\begin{cases} \vec{a}_1 = (0, 1, 2, 0), & \vec{a}_2 = (1, 1, 2, 1), & \vec{a}_3 = (1, 2, 3, 1), \\ \vec{a}_4 = (1, 3, 4, 1), & \vec{a}_5 = (1, 0, 1, 1). \end{cases}$$

4. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 10x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 = 0 \end{cases}.$$

5. Найти координаты вектора \vec{x} в базисе $f = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$, если он задан в базисе

$$e = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3). \quad \begin{cases} \vec{f}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 \\ \vec{f}_2 = \frac{3}{4}\vec{e}_1 - \vec{e}_2 \\ \vec{f}_3 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \end{cases} \quad \vec{x} = (1, -4, 8).$$

6. Записать систему линейных уравнений, задающую линейную оболочку системы векторов:

$$\vec{a}_1 = (0, 1, 2, 0), \quad \vec{a}_2 = (1, 1, 2, 1), \quad \vec{a}_3 = (1, 2, 3, 1), \quad \vec{a}_4 = (1, 3, 4, 1).$$

7. Даны две системы векторов. Найти размерности и базисы суммы и пересечения линейных оболочек этих систем:

$$\vec{a}_1 = (0, 1, 2, 0), \quad \vec{a}_2 = (1, 1, 2, 1), \quad \vec{a}_3 = (1, 2, 3, 1), \quad \vec{a}_4 = (1, 3, 4, 1).$$

$$\vec{b}_1 = (1, 1, 0, 0), \quad \vec{b}_2 = (2, 2, 0, 0), \quad \vec{b}_3 = (1, 2, 0, 1), \quad \vec{b}_4 = (2, 3, 0, 1).$$

8. Найти скалярное произведение векторов $\vec{x} \in \vec{y}$, заданных в базисе $f = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$, если сами векторы $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ заданы в некотором ортонормированном базисе e .

$$\vec{f}_1 = (2, -1, 3), \quad \vec{f}_2 = (-4, 3, 3), \quad \vec{f}_3 = (1, -1, 0), \quad \vec{x} = (2, 1, 2), \quad \vec{y} = (1, -2, 1).$$

9. Применяя процесс ортогонализации, построить ортонормированный базис линейной оболочки векторов.

$$\vec{f}_1 = (2, -1, 3, -1), \quad \vec{f}_2 = (7, -4, 3, 3), \quad \vec{f}_3 = (1, -1, -6, 0).$$

10. Найти базис ортогонального дополнения линейной оболочки системы векторов заданных в некотором ортонормированном базисе четырехмерного евклидова пространства E_4 :

$$\begin{cases} \vec{a}_1 = (0, 1, 2, 0), & \vec{a}_2 = (1, 1, 2, 1), & \vec{a}_3 = (1, 2, 3, 1), \\ \vec{a}_4 = (1, 3, 4, 1), & \vec{a}_5 = (1, 0, 1, 1). \end{cases}$$

11. Пусть $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными следующие преобразования?

$$\begin{cases} \varphi(\vec{x}) = (2x_2^2 - x_3, x_3, 2x_2 + 3x_3); \\ \eta(\vec{x}) = (2x_2 - x_3, x_3, 0); \\ \mu(\vec{x}) = (2x_2 - x_3, x_3, 2x_2 + x_3). \end{cases}$$

12. Пусть $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$, $\varphi(\vec{x}) = (x_1 - x_3, x_1, x_1 - x_3)$, $\eta(\vec{x}) = (2x_2, x_3, x_1)$. Найти $\varphi(-\varphi + 2\eta)(\vec{x})$.

13. Определить ранг и дефект линейного оператора, а также найти базисы образа и ядра.

$$\varphi(\vec{x}) = (x_1 + x_2 + x_3; x_1 + x_2 + x_3; x_1 + x_2 + x_3).$$

14. Найти матрицу линейного преобразования φ в базисе $f = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$, если она задана

в базисе $e = (\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$.

$$\bar{f}_1 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3, \quad \bar{f}_2 = 2\bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3, \quad \bar{f}_3 = \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3,$$

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

15. Доказать линейность, найти матрицу, область значений и ядро оператора проектирования на плоскость $y = x\sqrt{3}$.
16. Найти собственные значения и собственные векторы преобразования φ , заданного в некотором базисе матрицей

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Контрольная работа

1. Привести квадратичную форму к каноническому виду: а) методом Якоби, б) методом

$$k(\bar{x}) = x_1^2 + 8x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 12x_2x_3.$$

Лагранжа. Найти канонический базис и матрицу перехода к каноническому базису.

2. Привести квадратичную форму к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования. Найти это преобразование, канонический базис, матрицу перехода к каноническому базису, убедиться, что в этом базисе матрица квадратичной формы является диагональной.
3. Используя теорию квадратичных форм, исследовать кривую второго порядка задан-

$$k(\bar{x}) = 5\sqrt{2}x_1^2 + 5\sqrt{2}x_2^2 + 6\sqrt{2}x_3^2 + 2\sqrt{2}x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

ную общим уравнением и построить ее.

$$2x^2 + 2y^2 - 2xy - 2x - 2y + 1 = 0.$$

3.2 Задания для промежуточной аттестации

Контрольные вопросы к экзамену

1. Определение линейного пространства. Простейшие следствия из аксиом. Линейная зависимость и независимость векторов. Теоремы о линейной зависимости.
2. Базис линейного пространства. Координаты вектора. Размерность пространства. Теоремы о базисе линейного пространства. Переход к новому базису.
3. Определение линейного подпространства. Линейная оболочка системы векторов. Базис подпространства. Сумма и пересечение подпространств.
4. Сумма и пересечение подпространств. Теорема о размерности суммы подпространств.
5. Прямое дополнение подпространства. Теорема о существовании прямого дополнения.
6. Определение евклидова пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Линейная независимость ортонормированной системы векторов.
7. Существование ортонормированного базиса в евклидовом пространстве. Метод ортогонализации Грама-Шмидта.
8. Выражение скалярного произведения векторов через координаты сомножителей. Матрица Грама. Изменение матрицы Грама при переходе к новому базису. Положитель-

- ность определителя матрицы Грама.
9. Выражение скалярного произведения векторов через координаты сомножителей. Признак линейной зависимости системы векторов. Необходимое условие линейной независимости системы векторов. Ортогональные матрицы.
 10. Ортогональное дополнение подпространства. Теорема об ортогональном дополнении подпространства.
 11. Определение линейного отображения пространства. Размерность образа линейного пространства. Ранг и ядро линейного отображения.
 12. Координатная запись линейного отображения. Утверждение о ранге линейного отображения. Преобразование матрицы линейного отображения при переходе к новым базисам.
 13. Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Инвариантность характеристического многочлена. Линейная независимость собственных векторов, соответствующих разным собственным числам.
 14. Преобразование евклидовых пространств. Свойство собственных чисел самосопряженного преобразования. Свойство собственных векторов самосопряженного преобразования.
 15. Ортогональные преобразования евклидовых пространств. Линейность ортогонального преобразования. Матрица ортогонального преобразования.
 16. Билинейные формы. Матрица билинейной формы. Изменение матрицы билинейной формы при переходе к новому базису. Ранг билинейной формы.
 17. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью треугольного преобразования (метод Якоби).
 18. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
 19. Классификация квадратичных форм. Закон инерции квадратичных форм.
 20. Классификация квадратичных форм. Признаки знакоопределенности и знакопеременности квадратичных форм. Критерий Сильвестра.

Типовые экзаменационные задачи

1. Найти размерность и базис линейного подпространства, являющегося линейной оболочкой системы векторов. Записать разложение векторов системы по найденному базису:

$$\begin{cases} \vec{a}_1 = (1, 0, 0, 1), & \vec{a}_2 = (2, 1, 1, 2), & \vec{a}_3 = (10, 1, 1, 1), \\ \vec{a}_4 = (2, 1, 3, 2), & \vec{a}_5 = (3, 1, 3, 3). \end{cases}$$

2. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений.

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

3. Пусть $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$, $\varphi(\vec{x}) = (x_1 + x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\eta(\vec{x}) = (x_2, 3x_3, x_1)$. Найти $\varphi(\varphi - 2\eta)(\vec{x})$.

4. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа.

$$k(\vec{x}) = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 6x_2x_3.$$

Лист регистрации изменений к РПД

	Номер протокола заседания кафедры, дата утверждения изменения	Количество страниц изменения	Подпись разработчика РПД